機械工学概論　－流れの設計－

6/19　流れに働く力

7/3　乱流入門

- 乱流とレイノルズ応力
- 境界層と剥離流れ

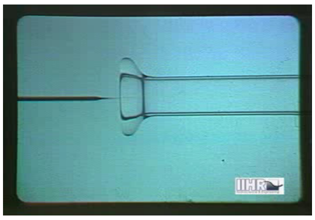
7/10　自動車の空気力学

7/17　小さな装置の流れ

VII. 乱流とは

～管路内の流れ～

管路内の流れは，流速が比較的小さい場合は，壁面に沿って滑らかに流れる層流と呼ばれる状態にある．この状態から少しずつ流速を上げていくと，微小な擾乱の成長が始まり，やがて流れの各部分が不規則に入り乱れた激しい混合状態へと遷移する．このような流れを乱流と呼ぶ．このような流れの遷移は，管路内のみならず，全ての流れ場で観察することができる．層流から乱流への遷移，乱流の散逸過程は粘性流体の重要な特徴の一つである．

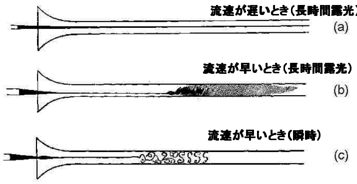


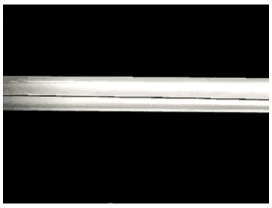
管路内の流れの遷移

管路中心にインクを流し，少しずつ入口流速を増やしていく．ある特定の波長でインクが波打ちだし，その後，様々な波長が入り乱れた乱流状態へと遷移する．

培風館教科書第7章1節～3節

VII-1. 乱流の発生と特徴





層流(Laminar flow)
層状のなめらかで整然とした流れ

乱流(Turbulent flow)
変動の激しい乱れた流れ

レイノルズ数

$$Re = \frac{U_m D}{\nu}$$

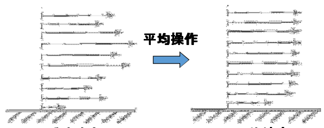
U_m :断面平均流速

D :断面直径

レイノルズ数が、ある値より大きくなる(円管の場合、2000程度)と、乱流状態になることを発見

VII-2. アンサンブル平均

～平均量と変動量～



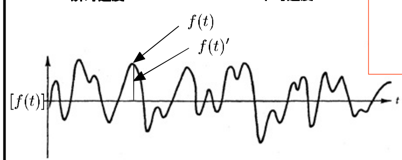
乱流は時々刻々と変動しており，その非定常三次元的な運動をそのまま追いかけるのは無理がある．

流れ場を平均量と変動量に分離し，平均量に着目して解析を行う．

$$f(t) = [f(t)] + f(t)'$$

$[f(t)]$: **平均量**

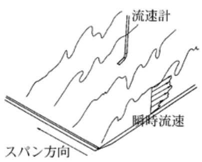
$f(t)'$: **変動量**



一見ランダムに見える乱流場に対して平均操作を施し、そこから得られた統計量の規則性に着目し、乱流現象に固有の支配法則を見いだす

VII-2. アンサンブル平均

～さまざまな平均操作～



時間平均（time average）
ある点での長時間に渡る時間変動の平均

$$F_T(x,y,z) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_{t_0}^{t_0+T} f(x,y,z,t)dt$$

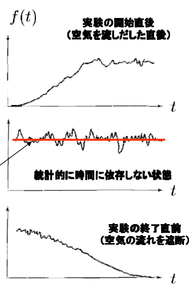
平均値が時間的に変化しない場(統計的定常場)に適用できる

（実験の初期や末期はダメ）

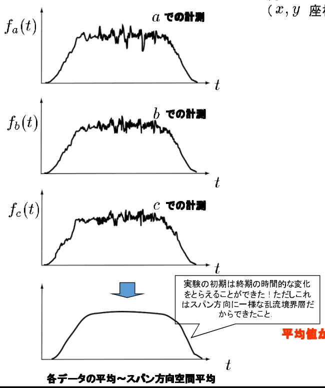
例として乱流境界層の平均速度を調べることを考える。

1. 境界層は下流に行くにしたがい，成長する．
2. スパン方向に十分長い板を用意すれば，スパン方向には，流れの性質は変化しない(時々刻々の流れは変化するが)

熱線流速計のデータ

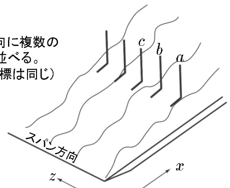


VII-2. アンサンブル平均



各データの平均～スパン方向空間平均

スパン方向に複数の流速計を並べる。
（x, y 座標は同じ）



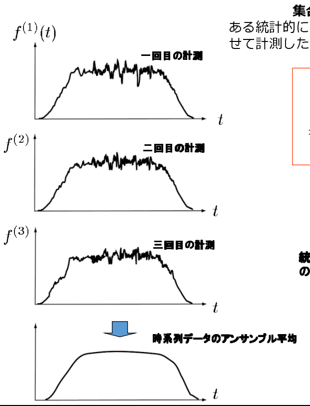
空間平均（spatial average）
ある瞬時の空間分布を持つ変動量の平均

$$F_S(x,y,t) = \lim_{L\to\infty} \frac{1}{L}\int_{z_0}^{z_0+L} f(x,y,z,t)dz$$

平均値が空間的に変化しない場(統計的一様場)に適用できる

実際には連続関数として積分することは困難
(ある方向に離散的にとったデータの平均)

VII-2. アンサンブル平均



集合平均（ensemble average）
ある統計的に独立な現象を十分多数に渡って実現させて計測した、瞬時、局所的な計測データに対する平均

$$F_A(x,y,z,t) = \lim_{N\to\infty}\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} f(x,y,z,t)$$

任意の乱流場に対して適用可能

統計的に定常な状態や空間一様な状態は必要ないので、全ての乱流場に適用ができる！

VII-2. アンサンブル平均
～アンサンブル平均と各種演算のきまり～

$f(x,t) = [f(x,t)] + f(x,t)'$

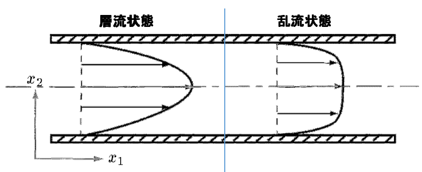
$[f(x,t)]$: **アンサンブル平均量**

$f(x,t)'$: **変動量**

$$\Big[[f]\Big] = [f] \qquad [f'] = 0$$
$$[f+g] = [f] + [g] \qquad [fg] \neq [f][g]$$
$$\Big[[f]+[g]\Big] = [f] + [g] \qquad \Big[[f][g]\Big] = [f][g]$$
$$\Big[[f]g'\Big] = [f][g'] = 0 \qquad [f'g'] \neq 0$$
$$\left[\frac{\partial f}{\partial x}\right] = \frac{\partial [f]}{\partial x}$$

VII-3. レイノルズ応力
～平板間乱流にみるレイノルズ応力の考察～

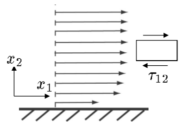
主流方向に十分発達した管内流れの平均流速

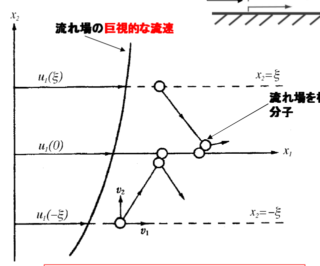


層流状態	乱流状態
$u_2 = u_3 = 0 \qquad \dfrac{\partial u_1}{\partial x_1} = \dfrac{\partial u_1}{\partial x_3} = 0$	$[u_2] = [u_3] = 0 \qquad \dfrac{\partial [u_1]}{\partial x_1} = \dfrac{\partial [u_1]}{\partial x_3} = 0$
簡略化された運動方程式: $0 = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial p}{\partial x_1} + \nu\dfrac{\partial^2 u_1}{\partial x_2 \partial x_2}$	$0 = -\dfrac{1}{\rho}\dfrac{\partial [p]}{\partial x_1} + \nu\dfrac{\partial^2 [u_1]}{\partial x_2 \partial x_2} - \dfrac{\partial [u_1' u_2']}{\partial x_2}$
速度分布: $u = -\dfrac{1}{2\rho\nu}\dfrac{dp}{dx}(h-y)y$	$[u_1' u_2'] \neq 0$ なので**平均流速は層流と異なる！**

VII-4. 混合距離理論
～分子粘性係数の理論的解釈～

剪断流における分子剪断応力
$$\tau_{12} = \mu\frac{\partial u_1}{\partial x_2}$$



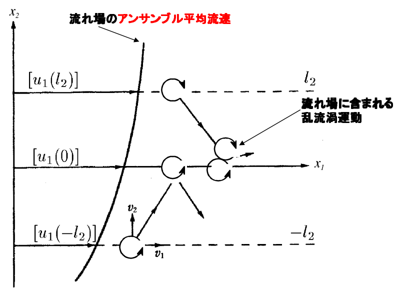


分子粘性=分子の衝突による運動量の交換

- m : 分子一つの質量
- ξ : 分子の平均自由行程
- l : 流れ場の長さスケール（平均速度分布を決める）
- N : 単位体積当りの分子の個数
- a : 分子の平均速度（音速）

VII-4. 混合距離理論
～分子粘性係数の類推によるレイノルズ応力の表現～

流れ場を平均速度成分と, 乱流渦運動に分けて考える.
渦が平均速度に乗って流れていると考える.
渦同士は気体分子運動と同様の平均自由行程に従って衝突を繰り返す.
渦同士は衝突により運動量の交換を行う.
平均流速の速いところから来た渦は運動量を失い, 遅いところから来た渦は運動量を得る.



VII-4. 混合距離理論

渦同士が衝突することで運動量を交換する＝**渦粘性**

分子粘性

$$\tau_{12} = \mu\frac{\partial u_1}{\partial x_2} = \rho\nu\frac{\partial u_1}{\partial x_2}$$

$$\nu = \mu/\rho = ca\xi$$

分子粘性係数
（物性値）

成立条件: $l >> \dfrac{1}{2}\xi$

渦粘性

$$\rho T_{12} = \mu_T\frac{\partial [u_1]}{\partial x_2} = \rho\nu_T\frac{\partial [u_1]}{\partial x_2}$$

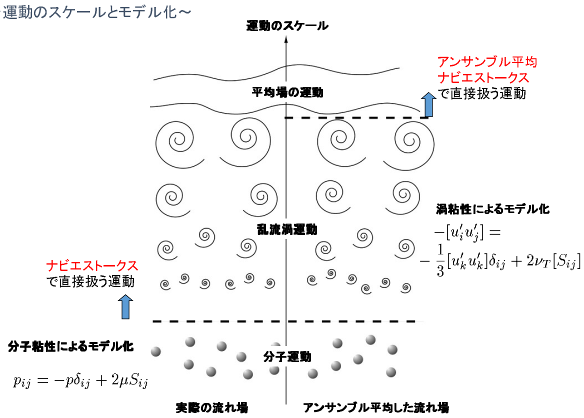
$$\nu_T = \mu_T/\rho = cU_2 l_2$$

渦粘性係数
（流れ場の関数）

成立条件:

VII-4. 混合距離理論

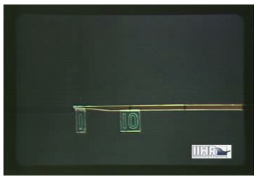
～運動のスケールとモデル化～



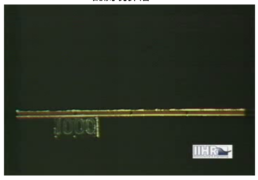
VI-1. 境界層の概念

～境界層の成長～

層流境界層



乱流境界層



境界層は下流にいくにしたがい厚さが厚くなる.
境界層の内部は, 外部が一様な流れであれば, 上流側では乱れのない層流状態である.
ある程度下流になると, 乱れが自発的に成長し, 乱流となる.

・境界層の厚さはどの程度だろう？
・境界層により壁面に発生する粘性せん断応力はどの程度だろう？